Chapitre 1: Introduction à la théorie de l'équilibre à prix fixes

T. Weitzenblum

L3 Eco-Gestion/ Faculté de Droit, Sciences Economiques et de Gestion

Plan

Objectif

- Analyser les déterminants du comportement microéconomique d’épargne,
- en partant du cadre intertemporel le plus simple (2 périodes),
- en étendant cette analyse à l’horizon infini,
- et en introduisant progressivement le risque de revenu
- qui aboutit à l’**épargne de précaution**.

Les loteries (I)

- aléa : présent dans presque toutes les décisions économiques (épargne-choix de portefeuille, assurances contre les dommages, assurance-vieillesse, assurance-chômage, profil de carrière heurté,...)
- quand probabilisable : **risque**. Sinon : incertitude.
- Ex. : dé à 6 faces, non pipé. Gain = 10$\times$ le résultat.

  $\Rightarrow$ 6 gains possibles, proba uniforme : $\frac{1}{6} = 0,166667$.
- autres situations $+$ complexes : énumérer exhaustivement toutes les éventualités, leur associer la probabilité d'occurrence.
  Ex. : risque de chômage.

Les loteries (II)

- chaque environnement risqué est comparable à une **loterie**, donc on le dénommera ainsi.
- par leurs choix, les agents économiques choisissent une loterie plutôt qu'une autre
- le loteries sont l'extension en univers risqué des paniers de biens standard en microéconomie.

Les hypothèses

Due à von Neumann et Morgestern, repose sur les axiomes suivants :

- complétude : $\forall M, N$ soit $M \prec N$, soit $N \prec M$, soit M,
- transitivité si $M \preccurlyeq N$ et $N \preccurlyeq T$, alors $M \preccurlyeq T$,
- la continuité : si $M \preccurlyeq N \preccurlyeq T$ alors il existe une probabilité $0 \leqslant p \leqslant 1$ telle que $pM + (1-p)T = N$,
- l'indépendance : si $M \prec N$, alors pour toute loterie T et tout $0 < p \leqslant 1$, $pM + (1-p)T \prec pN + (1-p)T$

L'utilité espérée

Si ces axiomes sont vérifiées, toute préférence dans cet univers risqué peut être représenté par l'utilité espérée :

$$EU = \sum_{i=1}^{N} \pi_i u(M_i)$$

Ici, alea = revenu, loterie = niveaux de consommation

$$EU = \sum_{i=1}^{N} \pi_i u(c_i)$$

On imposera $u'(c) > 0, u''(c) < 0$.

La fonction CRRA

Constant Relative Risk Aversion. = aversion relative au risque constante.

$$u(c) = \frac{c^{1-\rho}}{1-\rho}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{I} \pi_i \times u(c_i) = \sum_{i=1}^{I} \pi_i \times \frac{c_i^{1-\rho}}{1-\rho}$$

A noter : utilité espérée donne lieu à des paradoxes (paradoxe de Allais).

Le cadre général

- 2 périodes de vie : $t = 1, 2$.
- revenus (hors revenus financiers) : y_1, y_2,
- taux d'intérêt r, endettement possible.
- $\emptyset$ monnaie, 1 seul bien.

Le programme de l'agent (I)

$$\max_{c_1,c_2,s_1} u(c_1) + \beta u(c_2)$$
$$\text{s.t.} \quad \begin{array}{l} c_1 + s_1 = y_1 \\ c_2 = y_2 + (1+r)s_1 \end{array}$$

CBI $\Rightarrow$

$$\max_{c_1,c_2} u(c_1) + \beta(u(c_2))$$
$$\text{s.t.} \quad c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r}$$

$$\Rightarrow u'(c_1) = \beta(1+r)u'(c_2)$$

Commentaires...

Effet de $\Delta r > 0$

Abaisse le prix de la consommation future

$\Rightarrow$

- effet substitution
- effet revenu.

Cas de la fonction log

$$\max_{c_1,c_2} ln(c_1) + \beta(ln(c_2))$$
$$\text{s.t.} \quad c_1 + \tfrac{c_2}{1+r} = y_1 + \tfrac{y_2}{1+r}$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{1}{1+\beta}\left[y_1 + \frac{y_2}{1+r}\right]$$

$$c_2 = \frac{\beta(1+r)}{1+\beta}\left[y_1 + \frac{y_2}{1+r}\right]$$

$$s_1 = y_1 - c_1 = \frac{\beta}{1+\beta}y_1 - \frac{1}{1+\beta}\frac{y_2}{1+r}$$

Cas particulier : $y_2 = 0$.

L'élasticité de substitution intertemporelle

L'élasticité de substitution intertemporelle est définie par :

$$\sigma = -\frac{dln\left(\frac{c_1}{c_2}\right)}{dln\left(TMS(c_1, c_2)\right)}$$

Or

$$TMS(c_1, c_2) = \frac{U'(c_1)}{U'(c_2)} = \frac{c_1^{-1}}{\beta c_2^{-1}} = \frac{p_1}{p_2} = 1 + r$$

$$\Rightarrow \sigma = 1$$

dans le cas log

Le cadre d'analyse

Risque : modélisé *ex ante* pour un effet sur le comportement.

Les différents risque économiques affectant le ménage :

- le risque de revenu d'activité,
- le risque de taux d'intérêt,
- le risque sur la structure de dépense du ménage (naissances, décès, maladie, dépendance)

Le cadre d'analyse (II)

Ici, risque sur le revenu d'activité (ou de remplacement).

- risque en $t = 2$: $y_2^l < y_2^h$,
- probabilités associées π_l, π_h.

Le programme :

$$\max_{c_1, c_2, s_1} u(c_1) + \beta E_{t=1}(u(c_2))$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{array}{l} c_1 + s_1 = y_1 \\ c_2 = y_2^i + (1+r)s_1 \end{array}$$

La résolution (I)

CBI en univers risqué ?

Non $\Rightarrow$ **induction rétrospective** (*backward induction*) :

$$u(c_2) = u(y_2^i + (1+r)s_1 = u(y_2^i + (1+r)(y_1 - c_1))$$

$\Rightarrow$

$$\max_{c_1} u(c_1) + \beta \left(\pi_l \times u(y_2^l + (1+r)(y_1 - c_1)) \right. \\ \left. + \pi_h \times u(y_2^h + (1+r)(y_1 - c_1)) \right)$$

La résolution (II)

$$\Leftrightarrow u'(c_1) = \beta(1+r)E_{t=1}(u'(c_2))$$

$\Rightarrow$ effet du risque sur l'utilité marginale espérée ?

On suppose $\beta(1+r) = 1$, et on introduit une petite dose de risque à partir du cas certain :

$$y_2^l = \overline{y_2} - \varepsilon, y_2^h = \overline{y_2} + \varepsilon$$

$$\pi_l = \pi_h = 1/2$$

La résolution (III)

A c_1^d inchangé, on effectue un D.L des 2 termes espérés :

$$u'(c_2^d - \varepsilon) = u'(c_2^d) - u''(c_2^d) \times \varepsilon + u'''(c_2^d) \times \varepsilon^2/2 + o(\varepsilon^2)$$

$$u'(c_2^d + \varepsilon) = u'(c_2^d) + u''(c_2^d) \times \varepsilon + u'''(c_2^d) \times \varepsilon^2/2 + o(\varepsilon^2)$$

$\Rightarrow$

$$\beta(1+r) \times \left(1/2 \times u'(c_2^d - \varepsilon) + 1/2 \times u'(c_2^d + \varepsilon)\right)$$

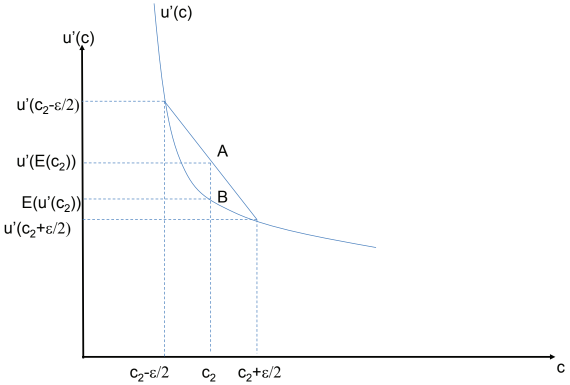
$$= \beta(1+r) \times \left[u'(c_2^d) + u'''(c_2^d) \times \varepsilon^2/2 + o(\varepsilon^2)\right]$$

Comportement d'épargne en fonction du risque de revenu

Tout dépend du signe de u''' :

- si $u'''(c) = 0$, choix identique au cas déterministe,
- si $u'''(c) > 0$: **prudence**. terme espéré>cas déterministe $\Rightarrow$ l'agent baisse sa conso courante $\Rightarrow$ épargne > cas déterministe : **épargne de précaution**.
- si $u'''(c) < 0$: cas peu vraisemblable ($u'' < 0$, de + en + $< 0 \Rightarrow u' < 0$ au bout d'un moment.

Représentation graphique



$$E\left[u'(c_2)\right] > u'(c_2) \Rightarrow \beta(1+r)E\left[u'(c_2)\right] > \beta(1+r)u'(c_2) = u'(c_1)$$